1 Die Funktion f sei auf $[0,b]$ stetig, auf $(0,b)$ differenzierbar, und es sei $f(0)=0$. Ist f' (streng) monoton wachsend, so ist auch f/t (streng) monoton wachsend.

2 Ist f auf $[a,b]$ differenzierbar und f' monoton, so ist f sogar stetig differenzierbar.

3 Sei $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ stetig, auf (a,b) stetig differenzierbar, und f' sei auf $[a,b]$ stetig fortsetzbar. Dann ist f in a und b ebenfalls differenzierbar.

4 *Zwischenwertsatz für die erste Ableitung* Sei $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ stetig und auf (a,b) differenzierbar. Dann nimmt f' jeden Wert zwischen $\inf_{(a,b)} f'$ und $\sup_{(a,b)} f'$ an. *Hinweis:* Es ist nicht erforderlich, dass f' stetig ist.

5 Sei $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ differenzierbar und $f(a)=0$. Existiert ein $M \geqslant 0$, so dass

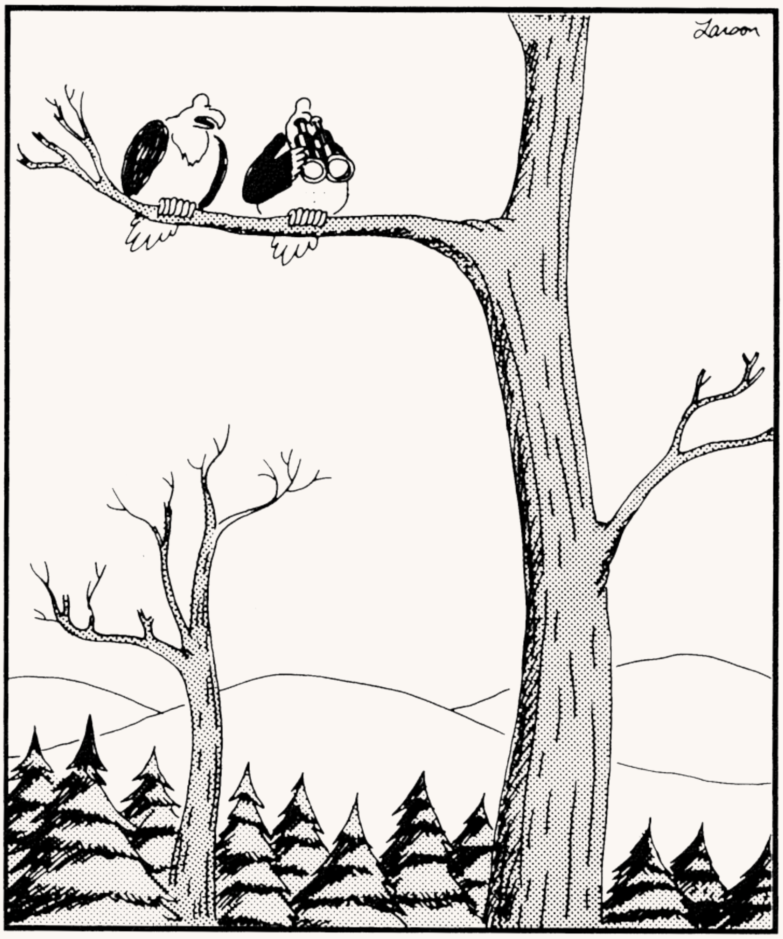
$$|f'(t)| \leqslant M\,|f(t)|, \qquad t \in [a,b],$$

so ist $f \equiv 0$.

6 Ist $f\colon I \to \mathbb{R}$ im Punkt $a \in I$ differenzierbar, so ist $\lambda\colon t \mapsto f(a)+f'(a)(t-a)$ die eindeutig bestimmte bestapproximierende Gerade an f im Punkt a.

7 *Verbesserter Schrankensatz* Sei $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ stetig und auf (a,b) differenzierbar. Dann ist f lipschitzstetig auf $[a,b]$ *genau dann*, wenn f' auf (a,b) beschränkt ist. Die bestmögliche Lipschitzkonstante ist in diesem Fall

$$L = \sup_{a<t<b} |f'(t)|.$$



"You're cheating, Ned."