1 Welche der folgenden Reihen sind konvergent, oder sogar absolut konvergent?

a. $\sum_{n\geqslant 1} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ *b.* $\sum_{n\geqslant 1} \sin(n)$ *c.* $\sum_{n\geqslant 1} \sqrt[n]{\frac{1}{n}}$ *d.* $\sum_{n\geqslant 1} \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$

e. $\sum_{n\geqslant 1} \frac{1}{\sqrt[n]{n!}}$

2 Sind $\sum_n a_n$ absolut konvergent und $\sum_n b_n$ konvergent, so ist $\sum_n a_n b_n$ absolut konvergent. Dabei kann auf die Annahme der absoluten Konvergenz wenigstens einer der Reihen nicht verzichtet werden.

3 *Abelsche partielle Summation* Sei $\sum_k a_k b_k$ eine Zahlenreihe. Mit

$$B_n = \sum_{1\leqslant k\leqslant n} b_k$$

gilt dann

$$\sum_{n<k\leqslant m} a_k b_k = a_m B_m - a_{n+1} B_n + \sum_{n<k<m} (a_k - a_{k+1}) B_k, \qquad n < m.$$

4 *Abelsches Konvergenzkriterium* Ist (a_n) monoton und beschränkt und konvergiert die Reihe $\sum b_n$, so konvergiert auch $\sum a_n b_n$.

5 *Dirichletsches Konvergenzkriterium* Konvergiert (a_n) monoton gegen Null und sind die Partialsummen von $\sum b_n$ beschränkt, so konvergiert $\sum a_n b_n$.

6 Die Reihe $\sum_n a_n$ sei konvergent. Zeigen Sie die Konvergenz der folgenden Reihen.

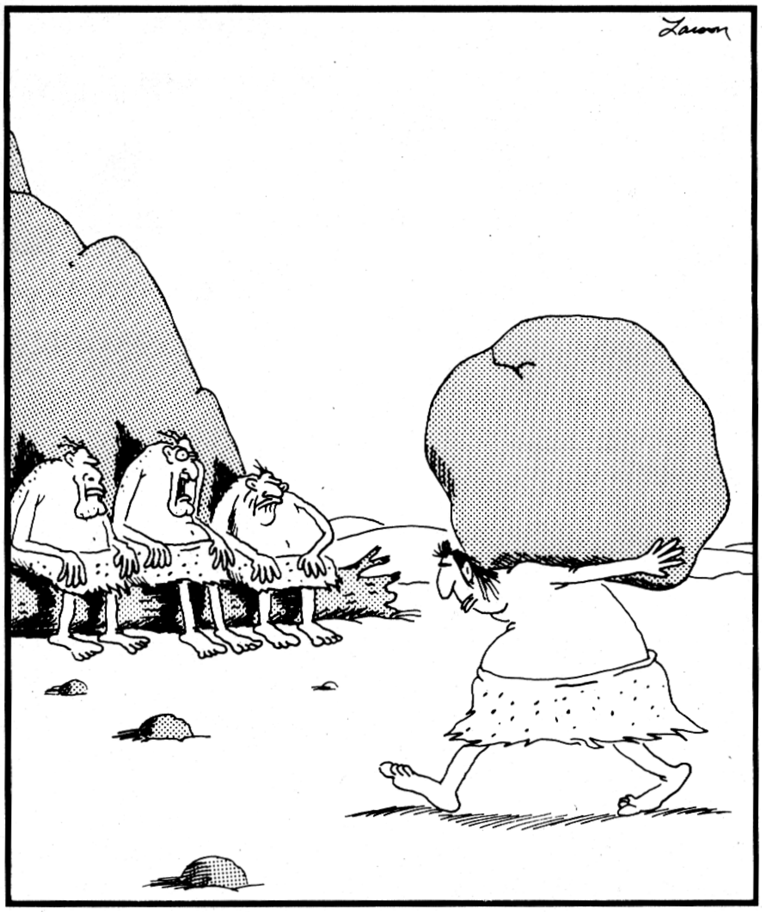
a. $\sum_{n\geqslant 1} a_n \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$ *b.* $\sum_{n\geqslant 1} a_n \frac{1+2n^2}{1+n^2}$ *c.* $\sum_{n\geqslant 1} a_n \sqrt[n]{n}$

7 Man zeige die Konvergenz der Reihe

$$1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \ldots$$

8 Bestimmen sie den Konvergenzradius der Reihen

a. $\sum \frac{(7z)^{7n}}{n^7}$ *b.* $\sum q^{n^2} z^n, \quad 0 < q < 1$ *c.* $\sum \frac{n!}{n^n} z^n.$



"Would you look at that? . . . By thunder, you couldn't do that in *our* day — yessiree, the rocks were just a lot heavier back then."