1 Man bestimme die Grenzwerte der Folgen, falls sie existieren.

a. $\sqrt{n}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$ *b.* $\dfrac{n}{\sqrt{n+1}}-\sqrt{n}$ *c.* $\sqrt{n+\sqrt{n}}-\sqrt{n-\sqrt{n}}$

2 Sei (a_n) eine konvergente reelle Folge mit Grenzwert a. Dann konvergiert auch die Folge (s_n) der arithmetischen Mittel, also

$$s_n = \frac{a_1 + a_2 + .. + a_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} a_k$$

gegen a.
Folgt aus der Konvergenz von (s_n) auch die Konvergenz von (a_n)?

3 Sei (a_n) eine konvergente reelle Folge mit Grenzwert a. Dann konvergieren auch die Folgen mit den Gliedern

$$b_n = \inf\{a_k : k \geqslant n\}, \qquad c_n = \sup\{a_k : k \geqslant n\}$$

gegen a.

4 Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen.

a. Ist (a_n) konvergent und (b_n) beschränkt, so konvergiert $(a_n b_n)$.

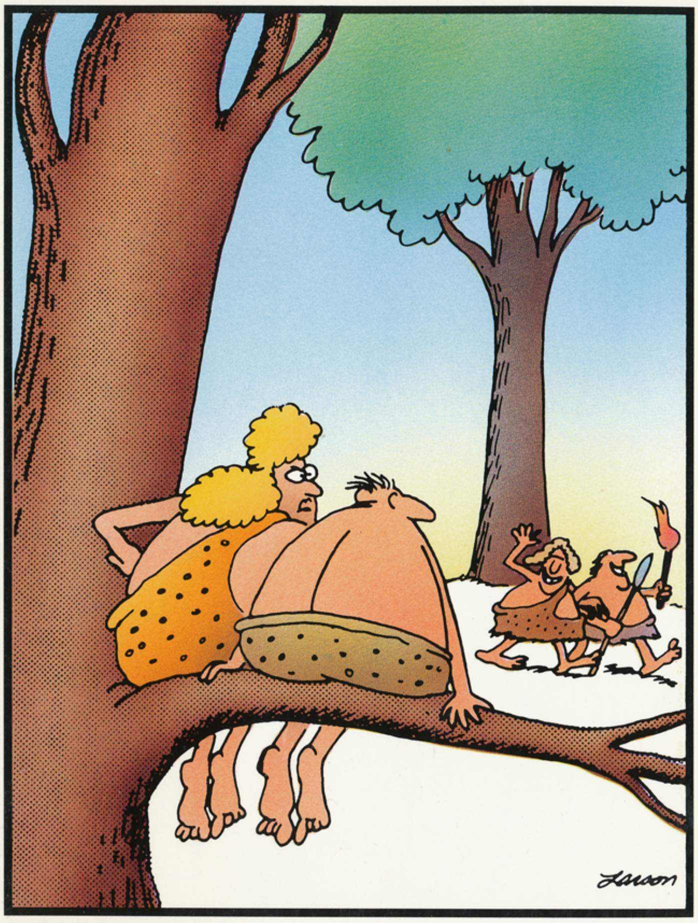
b. Ist (a_n) eine Nullfolge und (b_n) beschränkt, so konvergiert $(a_n b_n)$.

c. Seien (a_n) und (b_n) zwei Folgen derart, dass $(a_n b_n)$ konvergiert. Dann konvergiert (a_n) oder (b_n).

d. Seien (a_n) und (b_n) zwei Folgen derart, dass $(a_n b_n)$ divergiert. Dann divergiert (a_n) oder (b_n).

5 Wo liegt der Fehler?

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = \left(\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)^n = \left(1+\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n}\right)\right)^n = (1+0)^n = 1.$$



"And now there go the Wilsons! . . . Seems like everyone's evolving except us!"